CURRICULUM VITAE

Nom :	NICOLAS Jean-Philippe
e-mail :	Jean-Philippe.Nicolas@univ-brest.fr
Page web :	http://pageperso.univ-brest.fr/~jnicolas
Tel bureau :	+33 (0)2 98 01 67 61
Emploi actuel :	Professeur des Universités Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique (LMBA), UMR CNRS 6205, Université de Brest, 6 avenue Victor Le Gorgeu, 29200 Brest, France.
Né le :	2 avril 1967.

Table des matières

1 Carrière

1.1 Diplômes

• **Doctorat de Mathématiques appliquées :** 10 janvier 1994, Université Bordeaux 1, Mention très honorable avec félicitations du Jury. Directeur : A. Bachelot. Rapporteurs : C. Bardos, J. Ginibre, G. Métivier. Jury constitué de : Y. Choquet-Bruhat (Présidente), A. Bachelot, J. Ginibre, B. Hanouzet, J.-L. Joly, G. Métivier, V. Petkov. *Titre de la thèse : L'équation non linéaire de Klein-Gordon et le système linéaire de Dirac en métrique de type Schwarzschild.*

• **Habilitation à diriger des recherches :** 26 janvier 1999, Université Bordeaux 1, Directeur de recherches : A. Bachelot. Rapporteurs : C. Gérard, V. Petkov, D. Robert. Jury constitué de : J.-M. Bony (Président), A. Bachelot, C. Gérard, V. Petkov, D. Robert. *Titre de l'habilitation : Une étude de champs scalaires et spinoriels dans des espaces-temps de la relativité générale.*

1.2 Emplois occupés

• **Monitorat de l'enseignement supérieur :** d'octobre 1991 à septembre 1993.
• **Stage post-doctoral :** du 1er janvier 1994 au 31 décembre 1994. Sous la responsabilité de R. Penrose. Mathematical Institute, Université d'Oxford, Angleterre. Bourse Lavoisier du Ministère des Affaires Etrangères et bourse européenne Capital Humain et Mobilité.
• **Recrutement maître de conférences, section 26 :** 1er janvier 1995, Université Bordeaux 1.
• **Délégation CNRS :** de septembre 1998 à août 2000, CMAT, Ecole Polytechnique.
• **Recrutement professeur des universités, section 25, géométrie différentielle :** 1er septembre 2007, Université de Brest.
• **Délégation CNRS :** septembre 2011-janvier 2012, Université de Brest.
• **Promotion à la première classe des professeurs d'université :** 1er septembre 2015.
• **Délégation CNRS :** septembre 2016-janvier 2017, Université de Brest.

1.3 Bourses, primes et financements

• **Stage post-doctoral :** bourse Lavoisier du ministère des affaires étrangères et bourse européenne Capital Humain et Mobilité, pour le stage post-doctoral à Oxford en 1994.
• **Prime d'encadrement doctoral et de recherche / prime d'excellence scientifique :** accordée pour 4 ans en 1999, 2003, 2007 et 2012.
• **ANR EqHypRG :** financement de 34000 € , projet "jeunes chercheuses, jeunes chercheurs" d'une durée de trois ans intitulé "Equations Hyperboliques en Relativité Générale". Porteur du projet : D. Häfner.
• **ANR AARG (ANR-12-BS01-0012-01) :** porteur du projet. Financement de 119 000 € , projet de 4 ans intitulé Analyse Asymptotique en Relativité Générale, 01/2013 - 12/2016. Prolongation de 6 mois obtenue jusqu'à fin juin 2017.
• **ANR Horizons :** projet "jeunes chercheuses, jeunes chercheurs" d'une durée de trois ans porté par Michal Wrochna, décembre 2016 - novembre 2019.

2 Encadrement doctoral et post-doctoral

2.1 Encadrement de thèses

• T. Daudé, "scattering pour l'équation de Dirac chargée massive en espace-temps plat et à l'extérieur de trous noirs en rotation ou non" ; thèse obtenue le 17 décembre 2004 ; T. Daudé est maintenant Maître de Conférences au laboratoire AGM à Cergy-Pontoise.
• Y. Stadnicki, "scattering de champs de Maxwell et de Dirac par des trous noirs extrêmes", obtenue le 14 Février 2008.
• Jérémie Joudioux, "Comportement asymptotique de champs spinoriels en Relativité Générale : une approche conforme" ; thèse obtenue en juin 2010, Jérémie Joudioux est en post-doc à l'Albert Einstein Institut (Max Planck Institut für Astrophysik), Golm.
• Jan-Hendrik Treude, en co-tutelle avec Felix Finster, thèse de mathématiques à l'université de Regensburg, Allemagne, soutenue le 16 avril 2015, décernée suma cum laude, "Decay in Outgoing Null Directions of Solutions of the Massive Dirac Equation in Certain Asymptotically Flat, Static Spacetimes".

• Mokdad Mokdad, “Décroissance des champs de Maxwell et scattering conforme en espace-temps de De Sitter-Reissner-Nordström”. Thèse obtenue le 30 septembre 2016.
• Pham Truong Xuan, “Peeling et scattering conforme dans les espaces-temps de la relativité générale”. Thèse obtenue le 7 avril 2017.
• Jack Borthwick, “Scattering géométrique et analytique pour des équations massives et trous noirs extrêmes”. Thèse débutée le 1er octobre 2017.

2.2 Encadrement de post-docs

• 10/2015–09/2016, Callum Sleigh, bourse post-doctorale du projet ANR-12-BS01-0012-01.

2.3 Jurys de thèses et d'habilitation

• Jury pour la thèse de Fabrice Melnyk, Université Bordeaux 1, directeur : Alain Bachelot, 12 décembre 2002.
• Rapporteur de la thèse de Davide Catania, Université de Pise, Italie, directeur : Vladimir Georgiev, janvier 2008.
• Rapporteur de la thèse de Julien Loizelet, Université de Tours, directeur : Piotr Chrusciel, 24 juin 2008.
• Rapporteur de la thèse de Zakaria Hachemaoui, Université Paris 13, directeur : Fabrice Planchon, 30 janvier 2009.
• Membre du jury pour la thèse de Mohammad Webbe, Université de Brest, directeur : Paul Baird, novembre 2009.
• Rapporteur de la thèse de Calvin Tadmon, Université de Yaoundé, Cameroun, directeur : Marcel Dossa, octobre 2010.
• Président du jury pour la thèse de Mekki Houbad, Université de Rennes, directeur Christophe Cheverry, novembre 2010.
• Rapporteur de la thèse de Roger Tagné Wafo, Université de Yaoundé, directeurs Piotr Chrusciel et Marcel Dossa, janvier 2011.
• Rapporteur de la thèse de Jean-Charles Ponsignon, Université de Reims, juin 2013, méthodes Fuchsiennes et analyse asymptotique.
• Président du jury pour la thèse de Patrick Bouvier, Université Paris 11, directeur : Christian Gérard, décembre 2013.
• Président du jury pour la thèse de Guillaume Idelon-Riton, Université Joseph Fourier, Grenoble, directeur : Dietrich Häfner, juillet 2016.
• Rapporteur de l'habilitation d'Alexander Afriat, Philosophie des sciences, Université Paris 7, novembre 2018.

3 Activités administratives

• Représentant de l'équipe de mathématiques appliquées à la commission de bibliothèque de Bordeaux de 1995 à 2007.
• Membre du commité de réflexion sur les abonnements électroniques de l'université Bordeaux 1 en 2004. Représentant des mathématiques au conseil du SCD de 2005 à 2007.
• Membre de la commission de spécialistes section 26 à Bordeaux de 1995 à 2007. Vice président B de 1998 à 2001.
• Membre du conseil du laboratoire MAB de 2003 à 2006.
• Membre de la commission des thèses du Réseau Doctoral Ouest Mathématiques depuis mai 2008.

• Responsable scientifique de la bibliothèque de recherche de mathématiques de Brest depuis mai 2008.
• Membre du comité de sélection pour un poste de Maître de Conférence "Analyse des EDP et interactions", Université de Rennes, printemps 2010.
• Correspondant des mathématiques au SCD de Brest depuis mai 2010.
• Responsable du parcours PMRC (Parcours Mathématiques Renforcées et Concours) à l'Université de Brest 2010–2012.
• Correspondant local du GDR Dynamique Quantique, membre du comité scientifique depuis 2012.
• Membre du comité de sélection pour un poste de Maître de Conférences en géométrie, Université de Brest, printemps 2013.
• Correspondant "open access" de Couperin à l'université de Brest depuis 2013.

4 Activités d'enseignement

• Travaux dirigés en théorie des distributions, équations aux dérivées partielles, théorie spectrale et analyse complexe en master première année, en algèbre commutative, analyse, analyse fonctionnelle, calcul différentiel et intégration en licence troisième année, en analyse réelle et complexe, probabilités, algèbre linéaire et calcul différentiel en licence première et deuxième année.
• Cours d'algèbre et géométrie, algèbre linéaire, analyse générale, intégration en première et deuxième année de licence, d'intégration et de calcul différentiel en troisième année de licence, d'analyse spectrale et complexe et d'analyse fonctionnelle en master première année.
• Cours de M2 mathématiques à Rennes, "Trous noirs et méthodes géométriques en relativité générale", 2010 et 2011.
• Cours de M2 invité : "Equations aux dérivées partielles et scattering conforme", M2 Mathématiques, Vietnam National University in Hanoi ("ENS Hanoi"), septembre 2012.
• Encadrement régulier de TER de licence troisième année, de master première année et de stages de recherche de master deuxième année.
• Cours post-M2 : "Géométrie des trous noirs de Schwarzschild et de Kerr" Bordeaux 2001, "Relativité Générale : notions fondamentales et structures asymptotiques" Bordeaux 2007 et Brest 2009, "Analyse asymptotique conforme" Brest 2014.

5 Activités de recherche

5.1 Organisation de conférences

• "Rencontres du Troisième Cycle de Mathématiques", 14 et 15 décembre 1992, Bordeaux, membre du commité scientifique.
• "Journées de scattering", Bordeaux, 28 et 29 janvier 1993, en collaboration avec A. Bachelot, B. Hanouzet, J.-L. Joly et V. Petkov.
• "Journées de scattering II", Bordeaux, 12 et 13 juin 1995, en collaboration avec A. Bachelot, B. Hanouzet, J.-L. Joly et V. Petkov.
• "Equations Hyperboliques en Relativité", Bordeaux du 16 au 19 juin 2008, en collaboration avec Dietrich Häfner.
• "Trous noirs, relativité générale et ondes", Roscoff du 8 au 10 novembre 2010, en collaboration avec Dietrich Häfner.
• "Première rencontre ANR AARG", juin 2013, Université de Cergy-Pontoise, en collaboration avec Thierry Daudé et Dietrich Häfner,
http://www.u-cergy.fr/fr/laboratoires/agm/archives/archives_conf/anr-aarg.html.

• “Rencontre 2014 du GDR DynQua”, février 2014, Roscoff Station Biologique, en collaboration avec Frédéric Hérau, Alain Joye et Stéphane Nonnenmacher,
• Ecole d’été : “Analyse Asymptotique en Relativité Générale”, Grenoble, juin-juillet 2014, en collaboration avec Thierry Daudé et Dietrich Häfner,
http://if-summer2014.sciencesconf.org/.
• Les écoles d’automne de l’Aber Wrac’H : écoles de physique mathématiques, pour l’instant deux sessions, automnes 2014 (théorie quantique des champs, cours donné par Glenn Barnich, Université Libre de Bruxelles et International Solvay Institutes) et 2015 (supersymétrie, cours donné par Luc Frappat, Université de Savoie, Annecy), en collaboration avec Johannes Huisman,
http://pageperso.univ-brest.fr/~jnicolas/AberWracH/AW.html.
• Analyse Asymptotique en Relativité Générale, Roscoff, 3-7 octobre 2016, conférence de clôture du projet AARG, en collaboration avec T. Daudé et D. Häfner,
http://pageperso.univ-brest.fr/~jnicolas/Roscoff2016/Conference.html.
• Equations hyperboliques et physique mathématique, colloque en l’honneur d’Alain Bachelot, Université Bordeaux 1, 29 mai - 1er juin 2017. Membre du commité scientifique.
https://indico.math.cnrs.fr/event/1898/.

5.2 Orientations de recherche

Mes recherches concernent l’étude des solutions d’équations aux dérivées partielles dans le cadre de la relativité générale [1]. Deux aspects sont développés :

• **théorèmes d’existence et d’unicité :** problème de Cauchy ou de Goursat (problème de Cauchy caractéristique) ;

• **propriétés asymptotiques :** existence de comportements asymptotiques simplifiés, théorie du scattering dépendante du temps (analytique ou via des méthodes conformes), peeling, superradiance, décroissance en temps.

Les techniques que j’utilise appartiennent à deux grandes familles :

• **techniques d’analyse fonctionnelle :** espaces de Sobolev, théorie des semi-groupes, injections de Sobolev, théorie du scattering dépendante du temps (faisant intervenir l’analyse spectrale, les méthodes de perturbation à trace, la théorie de Mourre, les méthodes de commutateurs positifs), méthodes de convergence faible et de compacité ;

• **techniques géométriques :** décomposition $1 + 3$, formalismes de Newman-Penrose, de Geroch-Held-Penrose et des spineurs à 2 composantes, compactification conforme, estimations d’énergie et méthodes de champs de vecteurs.

Mes réflexions s’orientent selon trois directions essentielles :

• **Espaces-temps de type trou noir.** L’objectif est d’obtenir une compréhension précise de la géométrie des espaces-temps de type trou noir et de son influence sur la propagation des champs. Des problèmes physiques ou mathématiques importants sont encore largement ouverts. La superradiance n’est pas encore bien comprise : c’est un processus par lequel un champ peut extraire de l’énergie du trou noir (il est présent pour des champs scalaires chargés à l’extérieur d’un trou noir sphérique, et pour les champs de spin entier au voisinage d’un trou noir en rotation). La structure conforme des espaces-temps de type trou noir, plus précisément la nature des singularités de la métrique conforme, est très mal connue, tant dans les cas asymptotiquement plats qu’avec horizon cosmologique ; ce sont des informations fondamentales pour l’étude des propriétés asymptotiques des solutions d’équations de champs. Des résultats de décroissance de champs sur de telles géométrie sont une autre façon d’observer l’influence de la géométrie sur la propagation et constituent une information cruciale pour la stabilité de ces métriques.

1. La liste des publications à laquelle les citations suivantes se réfèrent se trouve à la section 5.5.

• **Compactification conforme et propriétés asymptotiques.** La compactification conforme de Penrose est un outil permettant de donner une description géométrique synthétique des informations asymptotiques. Il s'agit de combiner son utilisation avec des méthodes analytiques précises afin d'obtenir des résultats plus généraux que par des techniques purement analytiques, et plus précis que par des techniques purement géométriques. Ceci comprend : le développement d'une approche alternative de la théorie du scattering (permettant l'extension naturelle à des équations dépendantes du temps et à des problèmes non linéaires), l'analyse fine des propriétés de peeling (lois de décroissances en puissances de r^{-1} à l'infini). L'extension de ces théories à des géométries de type trou noir générales, particulièrement les théories de scattering conforme, passe par la compréhension approfondie de la géométrie (conforme ou projective) de l'infini temporel.

• **Champs sans masse de spin $n/2$ et équations d'Einstein.** Les équations de champ de spin $3/2$ (Rarita-Schwinger) ont un lien singulier avec les équations d'Einstein dans le vide. Tout d'abord, l'annulation de la courbure de Ricci est une condition de consistance pour ces équation, qui n'ont donc de sens que dans des espaces-temps d'Einstein. D'autre part, la connexion spinorielle d'une métrique d'Einstein est un champ de spin $3/2$ de pure jauge, dont la quantité conservée est l'énergie ADM de l'espace-temps. Enfin, il existe une relation de type paire de Lax entre les champs de Rarita-Schwinger et une métrique d'Einstein, bien que l'on n'ait pas un système totalement intégrable. Tout ceci indique que les équations de champ de spin $3/2$ sont un outil important pour l'étude des équations d'Einstein, et comme ces équations sont linéaires leur analyse est beaucoup plus simple que celle des équations d'Einstein. Par ailleurs, la gravité linéarisée est une équation de type Bianchi (équation de Dirac de spin 2) avec une source faisant intervenir la connection spinorielle. On s'attend à ce que la décroissance pour les solutions de la gravité linéarisée sur une métrique d'Einstein donnée régisse le comportement de perturbations non linéaires de cette métrique. Les méthodes de champs de vecteurs (estimations de Morawetz spatiales notamment) sont ici utilisées pour étudier la stabilité linéaire de métriques d'Einstein dans le but de comprendre leur stabilité non linéaire.

5.3 Travaux

Espaces-temps de type trou noir

La métrique de Kerr (ou de Kerr-Newman) est un modèle réaliste de trou noir ; elle décrit l'espace-temps à l'extérieur d'un trou noir éternel en rotation (ou en rotation et chargé), et c'est une solution des équations d'Einstein (ou d'Einstein-Maxwell) dans le vide. La géométrie présente trois difficultés essentielles : faible symétrie, non stationarité, géométrie de l'horizon. Pour des modèles plus simples à symétrie sphérique (Schwarzschild, Reissner-Nordstrøm), seule subsiste la troisième difficulté. Plusieurs approches ont été développées :

1. **Approche analytique suivant le point de vue d'un observateur lointain et stationnaire.** On utilise un système de coordonnées dans lequel la métrique est indépendante du temps ; ceci est naturel pour la théorie du scattering. En utilisant cette approche, j'ai résolu le problème de Cauchy pour une équation de Klein-Gordon non linéaire, pour les champs de spin $3/2$, et développé une théorie du scattering pour les champs de Dirac à l'extérieur d'un trou noir sphérique (travaux [1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9]). Notre collaboration avec D. Häfner (à ce moment là chargé de recherches à Bordeaux et maintenant professeur à Grenoble) sur le scattering des champs de Dirac sans masse par un trou noir de Kerr (articles [17, 18]) utilise cette approche de façon fondamentale mais utilise également les deux suivantes.
2. **Approche analytique basée sur une décomposition 1+3.** On décompose la géométrie et les équations en parties tangentes ou normales à un feuilletage par des hypersurfaces de

Cauchy. Ceci est idéal pour obtenir une énergie définie positive (mais non conservée), même dans des cas où la superradiance est présente. La technique de décomposition est décrite dans le mémoire [14], avec des applications au problème de Cauchy pour les systèmes symétriques hyperboliques dans des espaces de type Sobolev sur des espaces-temps asymptotiquement plats ; le cas des champs de Dirac en métrique de Schwarzschild ou de Kerr est décrit en détails. J'ai également utilisé cette méthode pour résoudre le problème de Cauchy global pour une équation non linéaire de Klein-Gordon en métrique de Kerr (article [15]). Elle joue aussi un rôle crucial dans la construction d'une bonne tétrade de Newman-Penrose, adaptée à la théorie du scattering, dans [17, 18].

3. **Compactification conforme de Penrose.** Permet de décrire l'infini comme une hypersurface isotrope régulière pour la métrique conforme ; c'est un outil naturel pour établir l'existence de profils asymptotiques et de conditions de radiation à l'infini pour des équations conformément invariantes. J'ai appliqué ces techniques à une équation d'onde non linéaire à l'extérieur d'un trou noir sphérique (travaux [1, 2, 5]) et d'un trou noir de Kerr (article [15]). La compactification conforme des métriques de Schwarzschild et de Kerr est présentée en détails dans le mémoire [14]. Elle est utilisée en combinaison avec des techniques de champs de vecteurs dans [22] et [25] pour donner une description complète du peeling pour les équations d'onde de spins 0, 1/2 et 1 en métrique de Schwarzschild. Dans [27], on utilise ces méthodes en conjonction avec des estimations de décroissances de champs à l'infini temporel pour construire la première théorie de scattering conforme en espace-temps de type trou noir.

4. **Etude numérique de la superradiance.** C'est un projet qui a débuté il y a quelques années lors d'une collaboration avec L. Di Menza (Professeur à Reims). L'objectif est d'observer numériquement la superradiance et d'étudier précisément ses propriétés, notamment sa dépendance par rapport aux paramètres physiques. Nous nous concentrons sur la superradiance pour les champs scalaires chargés autour d'un trou noir chargé, qui est d'une nature très différente de celle survenant au voisinage de trous noirs de Kerr, du fait que la localisation de la zone de superradiance (ergorégion) dépend des paramètres physiques (masse, charge, moment angulaire) du champ et pas seulement de la géométrie. Nos programmes sont conçus pour observer l'évolution effective des solutions plutôt que de réaliser des analyses en fréquence. Dans un premier article [26], nous observons numériquement des solutions superradiantes, parmi lesquelles des paquets d'onde qui ont un ont un comportement remarquable, exactement analogue à un processus de Penrose pour les particules : le paquet d'onde se scinde spontanément en entrant dans l'ergorégion en un paquet d'onde d'énergie négative tombant dans le trou noir et un autre qui ressort avec plus d'énergie que celui qui est entré. Un second article [31] en collaboration avec L. Di Menza et M. Pellen (en post-doc à Cambridge) traite des bombes trou noir : une construction initialement due à Teukolsky et Press en 1972 dans laquelle on entoure un trou noir d'un miroir et on piège un champ électromagnétique entre le miroir et le trou noir, causant une instabilité linéaire. Nous exhibons un nouveau type de bombe trou noir surprenant dont la structure géométrique est inversée : le champ évolue à l'extérieur du miroir et est ainsi empêché de tomber dans le trou noir. L'instabilité linéaire est toujours présente si le miroir est construit à l'intérieur de l'ergorégion.

Compactification conforme et propriétés asymptotique

Il s'agit d'un programme de recherche initié au début des années 2000. Dans une collaboration avec L. Mason (Professeur à Oxford), nous avons construit pour des espaces-temps asymptotiquement simples non stationnaires une théorie du scattering par des méthodes conformes (articles

[16, 19]). La compactification permet de comprendre la construction d'un opérateur de scattering comme la résolution d'un problème de Goursat à l'infini, ce qui permet de s'affranchir des contraintes de stationnarité inhérentes aux méthodes d'analyse spectrale. La construction est faite pour les champs scalaires (aussi traités dans [22]), de Dirac et de Maxwell ; sa ré-interprétation en termes d'opérateurs d'onde montre que l'approche conforme permet de récupérer les objets donnés par les théories analytiques de scattering, dans un cadre où les techniques spectrales ne peuvent pas être appliquées. Le problème de Goursat sur un cône de lumière, crucial pour ces constructions, a fait l'objet d'études spécifiques. Dans les articles [20, 21], j'ai étudié le problème de Goursat à très faible régularité ; ces travaux étendent des théorèmes obtenus par Hörmander dans un cadre régulier. Ce type de résultat est important pour l'extension de la construction précédente à des espaces-temps plus généraux. En collaboration avec Dietrich Häfner, nous avons réalisé un travail sur le problème de Goursat sur un cône de lumière pour l'équation de Dirac [23]. L'approche s'inspire du travail de Hörmander et se concentre sur le contrôle de la régularité des solutions en fonction de celle des données sur le cône. C'est une question délicate qui nécessite une compréhension précise de la restriction de l'équation sur le cône, qui joue le rôle de contrainte pour les données ; l'outil est une analyse du comportement dynamique des coefficients de connexion à l'approche du sommet du cône à l'aide du formalisme de Geroch-Held-Penrose, autrement dit une analyse de la dynamique des géodésiques isotropes à l'approche de leur point de focalisation au sommet du cône.

La description du comportement asymptotique de champs à tous les ordres le long de géodésiques isotropes est une question controversée. Le peeling est le comportement asymptotique modèle des champs sans masse en espace-temps plat, découvert par Sachs, puis reformulé très simplement en termes de géométrie conforme par Penrose dans les années 1960, et dont il a suggéré qu'il se produit de façon générique dans les espaces-temps asymptotiquement plats. Depuis, des exemples ont été mis en avant de données physiquement naturelles pour lesquelles le peeling ne semble pas se produire en métrique de Schwarzschild, mais tous sont erronés, certains de façon assez subtile. Ainsi la question de la validité du modèle du peeling pour les espaces-temps physiquement réalistes est restée ouverte pendant 40 ans. Dans une collaboration avec L. Mason, nous donnons une réponse complète à cette question pour l'équation des ondes, puis les équations de Dirac et de Maxwell, en métrique de Schwarzschild. A l'aide de techniques conformes et de méthodes de champs de vecteurs analogues à celles développées par Klainerman, nous classifions les espaces de données initiales, de type Sobolev à poids, assurant un peeling d'ordre k, et ce pour tout entier k. Ces espaces sont les mêmes que pour l'espace-temps de Minkowski, ce qui confirme à tous les ordres ce que Penrose avait conjecturé. Ce travail a donné lieu aux articles [22] et [25]. L'extension de ces résultats à la métrique de Kerr pour l'équation des ondes linéaires et également pour une équation des ondes non linéaire a fait l'ojet d'un article [30] en collaboration avec mon étudiant Pham Truong Xuan.

J'ai pour la première fois étendu les constructions de scattering conforme à un espace-temps de type trou noir : la métrique de Schwarzschild. La difficulté fondamentale pour obtenir un tel résultat est la singularité de la géométrie conforme à l'infini temporel. Le principe de l'article [27] est de remplacer l'information contenue (dans le cas des espaces-temps asymptotiquement simples) dans la régularité de l'infini temporel, par des estimations de décroissance qui sont suffisamment fortes pour montrer que l'énergie ne peut pas s'accumuler à l'infini temporel. Le type d'estimations qui permet naturellement d'établir ce genre de propriété est connu sous le nom de loi de Price : elles encodent des décoissances dans des directions temporelles mais aussi le long du bord conforme de l'espace-temps. En métrique de Schwarzschild, ce type de décroissance est connu pour les ondes. Nous utilisons ces résultats pour construire une théorie de scattering conforme pour l'équation des ondes en métrique de Schwarzschild et nous étudions l'équivalence entre l'approche conforme et l'approche analytique. L'extension de ces résultats à la métrique de Kerr est désormais possible, grâce à des travaux récents de Dafermos et Rodnianski, établissant non seulement les résultats de décroissance nécessaires, mais surtout les estimations uniformes bilatérales nécessaires au contrôle de la superradiance ; ceci est discuté en fin d'article.

J'ai écrit un essai [28] décrivant les principes essentiels de l'approche conforme initiée par Penrose pour le peeling et le scattering et présentant les résultats que nous avons récemment obtenus.

Un ouvrage [II] intitulé Conformal Scattering Theory, destiné à être publié par Cambridge University Press, est en préparation en collaboration avec Lionel Mason. Il comprendra une description détaillée des idées de la théorie conforme du scattering ainsi que du peeling et une présentation du matériel nécessaire pour les aborder. Des parties importantes de ce livre seront dédiées aux équations non linéaires et à la théorie quantique des champs.

Champs sans masse de spin quelconque et équations d'Einstein

Les premiers travaux dans ce projet concernent l'analyse et la compréhension des équations de Rarita-Schwinger. J'ai commencé par les étudier dans la jauge de Dirac en métrique de Schwarzschild (publications [8, 9]). Il s'est avéré que la quantité conservée n'est pas définie positive pour cette jauge. Dans un travail avec L. Mason (travaux [10, 11, 13]), en utilisant des techniques de décomposition $1+3$ et les idées de Witten dans sa preuve du théorème d'énergie positive, nous avons effectué un nouveau choix de jauge (baptisée jauge de Witten) donnant une quantité conservée définie positive. Un potentiel non local apparait, faisant intervenir l'inverse de l'opérateur de Witten sur les tranches spatiales. Nous avons résolu le problème de Cauchy pour toutes les régularités dans des espaces-temps asymptotiquement plats généraux.

Dans le cadre de l'étude de la décroissance de champs par des méthodes de champs de vecteurs, nous avons publié un article avec Lars Andersson (Potsdam) et Pieter Blue (Edinburgh) [24] dans I.M.R.N. Il s'agit d'une estimation de décroissance pour une équation d'onde avec un potentiel complexe et des trajectoires captées. Les estimations de Morawetz classiques ne suffisent pas pour ce type d'équation et nous avons recours à des raffinements pseudo-différentiels. Ce résultat intervient de façon importante dans l'étude de la décroissance des champs de Maxwell, car la composante de poids spinoriel zéro du champ électromagnétique vérifie une équation d'onde du type étudié dans cet article.

Autres travaux

L'article [29], mis sur arXiv fin 2016, concerne la magnéto-hydrodynamique relativiste dans la formulation de Beckenstein et Oron. On s'intéresse notamment au cas où une symétrie est présente et on montre que de façon générique, on ne peut pas espérer construire un courant de Beckenstein-Oron ayant la même symétrie.

5.4 Travaux en cours et projets de recherche

Méthodes conformes

1. **Scattering conforme et géométrique.** Nous avons commencé avec G. Taujanskas, actuellement en thèse sous la responsabilité de L. Mason à Oxford, un travail utilisant la méthode conforme pour résoudre le problème de Cauchy global pour le système de Maxwell-ondes sur le cylindre d'Einstein [35]. L'idée est de recouvrir une bande sur le cylindre avec deux copies de l'espace-temps de Minkowski et d'utiliser les résultats connus en espace-temps plat. On propage alors l'existence des solutions en empilant les bandes pour recouvrir le cylindre entier. La liberté de jauge est utilisée de façon fondamentale et il est nécessaire de contrôler précisément la régularité des solutions lors d'un changement de feuilletage spatial.

Afin d'étendre de façon robuste aux espaces-temps de type trou noir les théories de scattering conforme il est essentiel de comprendre la structure de l'infini temporel dans ce type de géométrie. C'est une question à ce jour totalement ouverte nécessitant de nouvelles idées voire une approche novatrice. Nous explorons à l'heure actuelle l'utilisation du calcul tractoriel, qui est une théorie des connections de Cartan associées à des géométries paraboliques, dans sa version conforme et projective. Il s'agit de projets en collaboration avec R. Gover, Professeur à Auckland, Callum Sleigh qui a passé un an à Brest en post-doc avec moi, ainsi que d'une partie des travaux de thèse de mon étudiant J. Borthwick. Le travail en cours avec Rod Gover [32] consiste en une reformulation tractorielle du scattering conforme pour les équations de Maxwell, l'objet fondamental étant le potentiel modulo jauge plutôt que le champ, autrement dit la connexion au lieu de sa courbure. Une extension aux équations de Yang-Mills serait en suite très naturelle. Le projet avec Callum Sleigh [33] consiste à utiliser la version projective du calcul tractoriel pour développer une théorie du scattering projective (et non conforme) pour le Laplacien sur l'espace hyperbolique de dimension n. Des liens intéressants avec le scattering de Lax-Phllips apparaissent qui nécessiteront une exploration plus poussée lors de travaux ultérieurs. Les travaux de J. Borthwick concernent le développement d'une théorie du scattering projective pour l'équation de Klein-Gordon en espace-temps plat. Une communication de Lars Hörmander à St Jean de Monts en 1987 montre d'une part que dans le cas de l'espace-temps de Minkowski, une telle théorie de scattering est valable, les données de scattering étant entièrement spécifiées à l'infini temporel, d'autre part que l'approche projective pour décrire l'infini temporel est parfaitement adaptée. Notre objectif est plus ambitieux qu'une simple reformulation : nous cherchons à redémontrer des résultats d'analyse asymptotique pour les champs de Klein-Gordon en utilisant des opérateurs invariants sur les tracteurs projectifs.

Une autre approche intéressante consiste à établir un cadre géométrique général comportant un infini temporel singulier et autorisant les constructions de scattering conforme ; les hypothèses définissant ces espaces-temps sont notamment spécifiées en termes de propriétés de décroissance de la forme de Killing d'un champ de vecteur temporel bien choisi.

On peut aussi envisager des constructions de scattering conforme sur des espaces-temps beaucoup moins réguliers, tels que les espaces-temps de Christodoulou et Klainerman, en utilisant les résultats de [20, 21]. D'autre part, les théories de scattering conforme dans des cadres asymptotiquement de Sitter (avec constante cosmologique positive et donc non asymptotiquement plats) font l'objet de la thèse de mon étudiant Mokdad Mokdad. Il a commencé par établir pour les équations de Maxwell les propriétés de décroissances nécessaires puis les a utilisées pour établir une théorie de scattering géométrique. J. Borthwick travaille également sur ce type de géométrie mais avec des horizons doubles pour lesquels on obtient des perturbations de longue portée ; il utilise des techniques de Mourre et de commutateurs positifs pour construire une théorie du scattering pour les champs de Dirac, massifs ou non.

Un autre projet est d'étudier plus systématiquement l'équivalence entre scattering analytique est scattering conforme au sens suivant : étant donnée une théorie conforme de scattering, peut-on choisir une dynamique de comparaison et utiliser le scattering conforme pour construire des opérateurs d'onde ; de même dans quels cas peut-on récupérer une théorie conforme à partir d'une théorie analytique.

2. **Peeling.** Une étude de la robustesse des résultats de peeling est également en projet, impliquant L. Mason et G. Taujanskas d'Oxford. L'idée étant de déterminer le cadre le plus général possible assurant des propriétés de peeling analogues à celles de l'espace-temps plat, à la fois en termes de comportement de la métrique à l'infini spatial et de croissance du champ

de vecteurs temporel utilisé pour définir l'énergie sur les tranches spatiales et à l'infini.

Trous noirs et objets célestes compacts

1. **Trous noirs de de Sitter.** Des observations récentes suggèrent que la constante cosmologique de l'univers est non nulle et positive, du moins dans l'état actuel de la cosmologie où l'inflation est le modèle généralement accepté. Il est donc intéressant de mener une étude approfondie des trous noirs de de Sitter, solutions des équations d'Einstein avec constante cosmologique positive. On développera des études analogues à celles déjà menées dans le cas asymptotiquement plat. On s'intéressera également aux propriétés géométriques de ces métriques, plus particulièrement à la régularité de l'infini conforme. La présence de deux horizons change assez radicalement le cadre de travail, en particulier l'infini isotrope devient un bord spatial au delà d'un horizon et l'infini temporel a très probablement une structure conforme moins violemment singulière. L'extension des techniques de scattering conforme à ce type de métrique est déjà en cours. Elle pourra être étendue à des équations non conformément invariantes comme l'équation de Klein-Gordon, en utilisant une approche analogue aux travaux de Gover ou de Vasy sur les espaces-temps asymptotiquement de Sitter. Un article en collaboration avec M. Pellen de Cambridge est en cours de développement et classifie les trous noirs de de Sitter-Reissner-Nordström [34].
2. **Etude numérique de la superradiance.** Nous allons poursuivre l'étude numérique de la superradiance initiée dans les articles [26, 31]. Un projet avec Laurent Di Menza et Mathieu Pellen concerne l'étude de la superradiance lorsque le trou noir s'approche d'un trou noir extrême. Il semble que la superradiance devienne plus forte à l'approche du cas extrême mais comme il s'agit d'une limite singulière, l'étude numérique est très délicate. Un autre projet impliquant Laurent Di Menza et Eric Gourgoulhon concerne la superradiance par des étoiles bosoniques. Il s'agit là d'une étude de superradiance causée par la rotation et non par l'interaction de charge. Les métriques décrivant ces objets compacts sont des solutions numériques des équations d'Einstein couplées à un champ de Klein-Gordon, il n'existe pas de solution analytique explicite. Il faut donc récupérer des métriques calculées à l'aide du logiciel LORENE et effectuer une étude numérique de l'évolution de champs scalaires tests.

Champs sans masse de spin quelconque et équations d'Einstein.

Un projet avec J. Joudioux concerne le développement d'une théorie de scattering conforme pour les équations de Teukolsky pour les champs de spin 2 en utilisant les résultats de décroissance obtenus par L. Andersson, S. Ma et C. Paganini. La première étape consiste à comprendre les propriétés d'invariance ou de covariance conforme des équations de Teukolsky.

5.5 Publications

5.5.1 Livres

[I] T. Daudé, D. Häfner, J.-P. Nicolas éditeurs, *Asymptotic analysis in general relativity : lecture notes of the 2015 Grenoble Summer School*, London Mathematical Society Lecture Notes Vol. 443, Cambridge University Press, 2018.

[II] L.J. Mason, J.-P. Nicolas, *Conformal scattering theory*, en préparation, contrat signé avec Cambridge University Press.

5.5.2 Articles

[1] A. Bachelot, J.-P. Nicolas, (1993) *Equation non linéaire de Klein-Gordon dans des métriques de type Schwarzschild*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 316, Série 1, p. 1047-1050.

[2] J.-P. Nicolas, (1993) *Nonlinear Klein-Gordon equation on Schwarzschild-like metrics*, Proceedings of the conference : "Nonlinear hyperbolic problems : theoretical, applied, and computational aspects" (Taormina, 1992), p. 449-456, Notes Numer. Fluid Mech., 43, Vieweg, Braunschweig.

[3] J.-P. Nicolas, (1994) *Opérateur de diffusion pour le système de Dirac en métrique de Schwarzschild*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 318, Série 1, p. 729-734.

[4] J.-P. Nicolas, thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, Mathématiques Appliquées, "L'équation non linéaire de Klein-Gordon et le système linéaire de Dirac en métrique de type Schwarzschild ", janvier 1994.

[5] J.-P. Nicolas, (1995) *Non linear Klein-Gordon equation on Schwarzschild-like metrics*, J. Math. Pures Appl., 74, p. 35-58.

[6] J.-P. Nicolas, (1995) *Scattering of linear Dirac fields by a spherically symmetric Black-Hole*, Ann. Inst. Henri Poincaré - Physique Théorique, 62, 2, p. 145-179.

[7] J.-P. Nicolas, (1995) *Spin 3/2 zero rest-mass fields in the Schwarzschild space-time*, Twistor Newsletter 39, p. 6-10.

[8] J.-P. Nicolas, (1997) *Problème de Cauchy global pour les équations linéaires sans masse de spin* 3/2 *en métrique de Schwarzschild*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 325, Série 1, p. 277-282.

[9] J.-P. Nicolas, (1997) *Global exterior Cauchy problem for spin 3/2 zero rest-mass fields in the Schwarzchild space-time*, Commun. in PDE, 22, 3&4, p. 465-502.

[10] L. J. Mason, J.-P. Nicolas, (1998) *Résultats globaux pour les équations de Rarita-Schwinger en espace-temps d'Einstein asymptotiquement plat*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 327, Série 1, p. 743-748.

[11] J.-P. Nicolas, *Champs de spin* 3/2 *et relativité générale*, Séminaire Equations aux Dérivées Partielles, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, 17 novembre 1998.

[12] J.-P. Nicolas, thèse d'habilitation, *Une étude de champs scalaires et spinoriels dans des espaces-temps de la relativité générale*, Université Bordeaux 1, 26 janvier 1999.

[13] L. J. Mason, J.-P. Nicolas, *Global results for the Rarita-Schwinger equations and Einstein vacuum equations*, Proc. London Math. Soc., **3** (1999), 79, p. 694–720.

[14] J.-P. Nicolas, *Dirac fields on asymptotically flat space-times*, Dissertationes Mathematicae **408**, 2002, 85 pages.

[15] J.-P. Nicolas, *A non linear Klein-Gordon equation on Kerr metrics*, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, **81** (9) (2002) p. 885–914.

[16] J.-P. Nicolas, *Dirac fields on asymptotically simple space-times*, Proceedings de la Conférence Jean Leray '99, éditeur Maurice de Gosson, 2003.

[17] D. Häfner, J.-P.Nicolas, *Théorie de la diffusion pour l'équation de Dirac sans masse dans la métrique de Kerr*, Séminaire Equations aux Dérivées Partielles, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2003.

[18] D. Häfner, J.-P. Nicolas, *Scattering of massless Dirac fields by a slow Kerr black hole*, Reviews in Mathematical Physics **16**(1) (2004), 29–123.

[19] L. J. Mason, J.-P. Nicolas, *Conformal scattering and the Goursat problem*, Journal of Hyperbolic Differential Equations, **1** (2) (2004), 197–233.

[20] J.-P. Nicolas, *On Lars Hörmander's remark on the characteristic Cauchy problem*, Annales de l'Institut Fourier, **56** (2006), 3, 517–543.

[21] J.-P. Nicolas, *On Lars Hörmander's remark on the characteristic Cauchy problem*, Note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Série 1, Comptes Rendus Mathématique, **344** (mai 2007), 10, 621–626.

[22] L. J. Mason, J.-P. Nicolas, *Regularity at spacelike and null infinity*, J. Inst. Math. Jussieu, **8** (2009), 1, p. 179-208.

[23] D. Häfner, J.-P. Nicolas, *The characteristic Cauchy problem for Dirac Fields on curved backgrounds*, J. Hyperbolic Differ. Equ. **8** (2011), 3, 437–483.

[24] L. Andersson, P. Blue, J.-P. Nicolas, *A decay estimate for a wave equation with trapping and a complex potential*, I.M.R.N, 2013, 548-561, publié en ligne Int. Math. Res. Notices (2012) doi : 10.1093/imrn/rnr237.

[25] L. J. Mason, J.-P. Nicolas, *Peeling of Dirac and Maxwell fields on a Schwarzschild background*, J. Geom. Phys. **62** (2012), 867–889.

[26] L. Di Menza, J.-P. Nicolas, *Superradiance on the Reissner-Nordström metric*, arXiv :1411.3988, Class. Quantum Grav. **32** (2015), 145013 (28pp).

[27] J.-P. Nicolas, *Conformal scattering on the Schwarzschild metric*, arXiv :1312.1386, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **66** (2016), 3, 1175–1216.

[28] J.-P. Nicolas, *The conformal approach to asymptotic analysis*, arXiv1508.02592, chapter in "From Riemann to differential geometry and relativity", Lizhen Ji, Athanase Papadopoulos and Sumio Yamada Eds., Springer, 2017, https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-60039-0.

[29] C. Markakis, K. Uryū, E. Gourgoulhon, J.-P. Nicolas, N. Andersson, A. Pouri, V. Witzany, *Conservation laws and evolution schemes in geodesic, hydrodynamic and magnetohydrodynamic flows*, arXiv :1612.09308, Phys. Rev. D 96 (2017), 064019.

[30] J.-P. Nicolas, Pham T. X., Peeling for the wave equation on the Kerr metric, 2018, arXiv :1801.08996, accepté pour publication dans les Annales Henri Poincaré.

[31] L. Di Menza, J.-P. Nicolas, M. Pellen, *A new type of black hole bomb*, arXiv :1903.02941, 2019.

[32] A. R. Gover, J.-P. Nicolas, *Conformal scattering of Maxwell potentials*, en préparation.

[33] A. R. Gover, J.-P. Nicolas, C. Sleigh, *Projective tractor calculus and geometric scattering on hyperbolic space*, en préparation.

[34] J.-P. Nicolas, M. Pellen, *Classification of de Sitter-Reissner-Nordström black holes*, en préparation.

[35] J.-P. Nicolas, G. Taujanskas, *Finite energy well-posedness for the Maxwell-scalar system on the Einstein cylinder*, en préparation.

5.6 Séminaires et invitations

1. Quatrième Conférence Internationale sur les Problèmes Hyperboliques, à Taormina, Sicile, du 3 au 8 Avril 1992.

2. Université de Bonn, Allemagne, séminaire de Mathématiques Appliquées, Mai 1992. Sur invitation personnelle de Vladimir Georgiev et Pedro Schirmer.
3. Sixième Workshop International sur la Relativité Générale, à Gregynog, Pays de Galles, du 23 au 26 Août 1993.
4. Max Planck Institut für Astrophysik, Munich, Allemagne, séminaire de Relativité Générale, Novembre 1993, sur invitation personnelle de Bernd Schmidt.
5. Mathematical Institute, Oxford, Angleterre, séminaire de Physique Mathématique, Février 1994.
6. Mathematical Institute, Oxford, Angleterre, séminaire de Théorie Quantique des Champs, Novembre 1994.
7. Université d'Edimbourg, Ecosse, séminaire de Géométrie, Décembre 1994, sur invitation personnelle de Toby Bailey.
8. Université de Nantes, France, séminaire de Scattering, 28 Avril 1995.
9. 14ème Conférence Internationale de Relativité Générale, Florence, Italie, du 6 au 12 Août 1995, Workshop "Twistors, new variables and complex methods" (Chairman : Lionel Mason).
10. 14ème Conférence Internationale de Relativité Générale, Florence, Italie, du 6 au 12 Août 1995, Workshop "Mathematical studies of relativistic fields" (Chairman : Jim Isenberg).
11. International Workshop on Microlocal Analysis and the General Theory of Partial Differential Equations, International Centre for Theoretical Physics, Trieste, Italie, deux premières semaines de septembre 1995, Session "Partial Differential Equations and Applications" (Chairman : E. Buzano).
12. Invitation à participer durant 2 semaines au Workshop "Spaces of Geodesics and Complex Structures in General Relativity and Differential Geometry", Vienne, Autriche, Erwin Schrödinger Institut. Séjour du 21 Juin au 6 Juillet 1997.
13. Mathematical Institute, Oxford, Angleterre, séminaire de Physique Mathématique, le 27 Janvier 1998, à l'occasion d'un séjour de 2 semaines sur invitation personnelle de Lionel Mason.
14. Séminaire Equations aux Dérivées Partielles de l'Ecole Polytechnique, le 17 Novembre 1998.
15. Conférencier invité aux Journées Semi-Classiques, Nantes, France, Février 1999.
16. Séminaire Equations aux Dérivées Partielles, Université de Rennes, France, le 25 Mars 1999.
17. Conférencier invité à la Conférence en l'honneur de Jean Leray, du 29 Août au 4 Septembre 1999, Université de Blekinge, Karlskrona, Suède.
18. Mathematical Institute, Oxford, Angleterre, séminaire de Physique Mathématique, le 12 Novembre 1999, à l'occasion d'un séjour de 10 jours sur invitation personnelle de Lionel Mason.
19. Mathematical Institute, Oxford, Angleterre, séminaire de Physique Mathématique, le 24 Novembre 2000, à l'occasion d'un séjour d'une semaine sur invitation personnelle de Lionel Mason.
20. Invitation à participer au programme "Scattering theory" organisé par V. Petkov, A. Vasy et M. Zworski. Erwin Schrödinger International Institute for Mathematical Physics, Vienne, Autriche. Séjour d'une semaine en Juin 2001.
21. Séminaire Equations aux Dérivées Partielles et Physique Mathématique, université de Reims, 31 janvier 2002.

22. Séminaire tournant de Problèmes Spectraux en Physique, CEA Saclay, 11 février 2002.
23. Séminaire de Physique Mathématique et Géométrie, Université de Lille, 12 mars 2002.
24. Séminaire d'analyse numérique, CMAP, Ecole Polytechnique, sur invitation personnelle de Philippe Le Floch, 13 janvier 2004.
25. Séminaire d'analyse, université de Nantes, sur invitation personnelle de Wang Xue Ping, 2 avril 2004.
26. Workshop on Geometry and General Relativity, Regensburg, Allemagne, 19-21 juillet 2004.
27. Séminaire de Relativité, Mathematical Institute, Oxford, Angleterre, sur invitation personnelle de Lionel Mason, 2 novembre 2004.
28. Séminaire de Géométrie et d'Analyse, Université de Bath, Angleterre, 4 février 2005.
29. Séminaire d'Analyse, Université de Cergy-Pontoise, 23 mai 2005.
30. Colloquium de mathématiques, Université de Regensburg, Allemagne, 17 juin 2005, à l'occasion d'un séjour d'une semaine sur invitation personnelle de Felix Finster.
31. Séjour de 3 semaines à l'institut Newton, Cambridge, Angleterre, du 22 Août au 11 septembre 2005, à l'occasion du semestre "Problèmes globaux en Relativité Mathématique".
32. Séminaire d'Equations aux Dérivées Partielles et de Physique Mathématique, Université de Reims, le 25 octobre 2005.
33. Séminaire de physique mathématique, Université de Regensburg, le 30 juin 2006, séjour d'une semaine sur invitation personnelle de Felix Finster.
34. Séminaire de mathématiques, Université de Cambridge, séjour d'une semaine du 26 novembre au 2 décembre 2006 sur invitation personnelle de Mihalis Dafermos.
35. Séminaire de mathématiques, Université de Brest, 26 janvier 2007.
36. Université de Pise, séjour d'une semaine en février 2007 sur invitation personnelle de Vladimir Georgiev.
37. Séminaire d'analyse, Université de Rennes, Novembre 2007.
38. Séminaire d'algèbre et géométrie, Université de Brest, Octobre 2008.
39. Séminaire de physique mathématique, Mathematical Institute Oxford, Angleterre, Octobre 2008.
40. Séjour d'un mois à l'institut Mittag-Leffler, Stockholm, Suède, pour un programme de relativité, Novembre 2008.
41. Journée Relativité Mathématique, Observatoire de Meudon, janvier 2009, conférencier invité.
42. Séminaire de géométrie, université d'Avignon, juin 2009.
43. Séminaire de mathématiques, université de Reims, juin 2009.
44. GDR Quantum Dynamics, Lyon, septembre 2009, conférencier invité.
45. Séminaire Problèmes spectraux, IHP Paris, Décembre 2009.
46. Colloque Geometric Scattering Theory and Applications, Banff International Research Station, Banff, Canada, 14-19 Mars 2010, auditeur invité.
47. Colloque "Analyse, Géométrie et Dynamique en géométrie Lorentzienne", ENS Lyon, Mai 2010, conférencier invité.
48. Séminaire de physique mathématique, Grenoble, mai 2010 (séjour d'une semaine).
49. Conférence "Relativité générale et ses aspects géométriques", Nancy Juin 2010, conférencier invité.

50. Séjour d'une semaine à l'Einstein Institut Golm, novembre 2010.
51. Séminaire de physique mathématique, Bordeaux, mai 2011.
52. Conférence "The geometry of differential equations", Canberra, Australie, Septembre 2011, conférencier invité.
53. Séjour d'une semaine à Reims, novembre 2011.
54. Séjour d'une semaine à Grenoble, décembre 2011.
55. Séjour d'une semaine à l'Einstein Institut Golm, février 2012.
56. Séminaire de relativité générale mathématique, Université Paris 6, juin 2012.
57. Séminaire de mathématiques, Université de Reims, novembre 2012.
58. Séminaire de géométrie, EDP et physique mathématique, Université de Cergy-Pontoise, novembre 2012.
59. Séminaire d'équations aux dérivées partielles, Université de Rennes, mars 2013.
60. Séminaire de physique mathématique, Université Bordeaux 1, juin 2013.
61. Invitation d'une semaine à Regensburg, novembre 2013.
62. Séminaire de géométrie, université de Tours, novembre 2013.
63. Séminaire d'équations aux dérivées partielles, Mathematical Institute Oxford, Angleterre, mai 2014.
64. 94$^{\text{èmes}}$ rencontres entre mathématiciens et physiciens théoriciens : Riemann, Einstein et la géométrie, septembre 2014, Strasbourg. Conférencier invité.
65. Groupe de travail de physique mathématique, Université Paris 11, mai 2015.
66. Conférence "Recent advances in general relativity", dans le cadre du trimestre pour le centenaire de la relativité générale à l'IHP, Paris, septembre 2015, conférencier invité.
67. Université Libre de Bruxelles, mai 2017, invitation d'une semaine par Glenn Barnich.
68. Conférencier invité aux "Cinq minutes Lebesgue", université de Rennes, mai 2017.
69. Conférence en l'honneur d'Alain Bachelot, Bordeaux juin 2017, conférencier invité.
70. Séminaire de relativité générale, Université Paris Sorbonne, septembre 2018.
71. Séminaire de relativité générale, Mathematical Institute Oxford, Angleterre, novembre 2018.
72. Séminaire OxPDE CDT (séminaire d'EDP pour les étudiants en thèse), Mathematical Institute Oxford, Angleterre, novembre 2018.
73. Séminaire de relativité mathématique, Albert Einstein Institut, Golm, Allemagne, avril 2019, séjour de 10 jours.
74. Séjour d'un mois à l'Institut Mittag-Leffler, semestre thématique de relativité générale, septembre 2019.